

X Międzygimnazjalne Zawody Matematyczne – 12 listopada 2012 r.

ETAP I (ZADANIA OTWARTE) – GRUPA B

Zadanie 1 (3 punkty)

Symbol $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x , czyli największą z liczb całkowitych nie większych od x , np.:

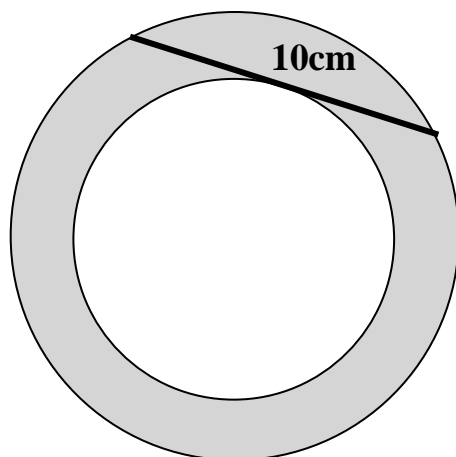
$$\left[3\frac{1}{2}\right] = 3, \quad \left[-4\frac{1}{3}\right] = -5, \quad \left[\frac{1}{7}\right] = 0, \quad [8] = 8$$

a) oblicz $\left[-2000\frac{1}{5}\right] + [2012 + \sqrt{3}]$

b) naszkicuj wykres funkcji $f(x) = [x]$, dla $-4 \leq x < 4$.

Zadanie 2 (3 punkty)

Oblicz pole zacieniowanego pierścienia, wiedząc, że cięciwa większego okręgu styczna do mniejszego okręgu ma długość 10cm.



Zadanie 3 (3 punkty)

Suma czterech liczb jest równa 2012. Stosunek pierwszej do drugiej wynosi $\frac{1}{3}$, a drugiej do trzeciej 0,5. Jakie to liczby, jeżeli czwarta stanowi 6% pierwszej.

Zadanie 4 (3 punkty)

Wykaż, że liczba $2^{48} - 4^{23} + 16^{11} - 8^{14}$ jest podzielna przez 34.

Zadanie 5 (3 punkty)

Na bokach kwadratu o boku długości 6 cm zbudowano trójkąty równoboczne, których trzecie wierzchołki leżą na zewnątrz danego kwadratu. Wykaż, że łącząc te trzecie wierzchołki odcinkami otrzymamy kwadrat. Oblicz pole tego kwadratu.